Sind von einer Funktion bestimmte Punkte gegeben, so kann man daraus die zugehörige Funktionsvorschrift bestimmen.
Notiere Dir zu der Funktion der gegebenen Punkte die zugehörige allgemeine Funktionsvorschrift.
Eine ganzrationale Funktion vom Grad n hat folgende allgemeine Funktionsvorschrift:
$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \ldots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$

Beispiel:
Sind von einer linearen Funktion, einer Funktion ersten Grades, die Punkte A(4/5) und B(8/11) gegeben, so lautet die zugehörige Funktionsvorschrift $f(x) = a_1 x + a_0 = mx + b$
Aus den beiden Punkten lesen wir folgende Infos heraus: $x_1 = 4$, $y_1 = 5$ und $x_2 = 8$, $y_2 = 11$.
Die Steigung berechnet sich wie folgt: $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
Um m zu berechnen setzt man nun die beiden Koordinatenpaare in die obige Formel ein und erhält: $m = \frac{5-11}{4-8} = \frac{-6}{-4} = 1{,}5$. Setzt man m und eines der Koordinatenpaare in y = mx + b ein, so kann man aus der sich ergebenden linearen Gleichung b berechnen.
$5 = 1{,}5 \cdot 4 + b \mid -6$
$-1 = b$
Die zu den Punkten A(4/5) und B(8/11) gehörende lineare Funktionsvorschrift lautet somit $f(x) = 1{,}5\,x - 1$.
Zur Sicherheit kann man nun noch die Punktprobe durchführen. Man setzt hierzu eines der Koordinatenpaare in $f(x) = y = 1{,}5\,x - 1$ ein und prüft, ob sich eine wahre Aussage ergibt.
$11 = 1{,}5 \cdot 8 - 1 \rightarrow$ wahr

Sind von einer Funktion zweiten, dritten oder höheren Grades Punkte gegeben, dann kann man die Funktionsvorschrift bestimmen, indem man die gegebenen Punkte in $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \ldots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$ einsetzt und ein lineares Gleichungssystem aufstellt, aus welchem man die Koeffizienten bestimmen kann.

Beispiel:
Um die Funktionsvorschrift einer quadratischen Funktion der Form $f(x) = a_2 x^2 + a_1 x + a_0$ zu bestimmen müssen drei Punkte gegeben sein.
Gegeben sind die Punkte $P_1(-1|-4)$, $P_2(1|4)$ und $P_3(2{,}5|-0{,}5)$.

Im ersten Schritt setzen wir die Punkte P_1, P_2 und P_3 nacheinander in die allgemeine Form

$f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$ [Beachte: y=f(x)] ein. Auf diese Weise erhalten wir ein lineares Gleichungssystem mit 3 Gleichungen:

P(x|y)	$y = a_2 \; x^2 \; + \; a_1x \; + a_0$	
$P_1(-1\|-4)$: I	$-4 = a_2\cdot(-1)^2 + a_1\cdot(-1) + a_0$	$\rightarrow a_2 - a_1 + a_0 = -4$
$P_2(1\|4)$: II	$4 = a_2\cdot 1^2 + a_1\cdot 1 + a_0$	$\rightarrow a_2 + a_1 + a_0 = 4$
$P_3(2{,}5\|-0{,}5)$: III	$-0{,}5 = a_2\cdot 2{,}5^2 + a_1\cdot 2{,}5 + a_0$	$\rightarrow 6{,}25a_2 + 2{,}5\,a_1 + a_0 = -0{,}5$

Man löst nun das LGS mithilfe des Additionsverfahrens.

Wir schreiben die Gleichung mit den größten Zahlen als erstes hin.

I: $6{,}25a_2 + 2{,}5\,a_1 + a_0 = -0{,}5$

II: $a_2 + a_1 + a_0 = 4 \quad | \cdot (-6{,}25)$

III: $a_2 - a_1 + a_0 = -4 \quad | \cdot (-6{,}25)$

I: $6{,}25a_2 + 2{,}5\,a_1 + a_0 = -0{,}5$

II: $-3{,}75\,a_1 - 5{,}25a_0 = -25{,}5 \quad | \cdot 8{,}75$

III: $8{,}75\,a_1 - 5{,}25\,a_0 = 24{,}5 \quad | \cdot 3{,}75$

I: $6{,}25a_2 + 2{,}5\,a_1 + a_0 = -0{,}5$

II: $-3{,}75\,a_1 - 5{,}25a_0 = -25{,}5$

III: $-65{,}625 = -131{,}25$

Nun löst man die unterste Gleichung nach a_0 auf und setzt die gefundenen Lösungen schrittweise in die oberen Gleichungen ein.

$-65{,}625\,a_0 = -131{,}25 \;|\; : (-65{,}625)$

$a_0 = 2$

a_0 in II: $-3{,}75\,a_1 - 5{,}25 \cdot 2 = -25{,}5 \;|\; + 10{,}5$

$-3{,}75\,a_1 = -15 \;|\; : (-4)$

$a_1 = 4$

a_0 und a_1 in I: $6{,}25a_2 + 2{,}5 \cdot 4 + 2 = -0{,}5 \;|\; -12$

$6{,}25a_2 = -12{,}5 \;|\; : 6{,}25$

$a_2 = -2$

Somit lautet die Funktionsvorschrift $f(x) = -2x^2 + 4x + 2$

(Quelle: https://www.mathebibel.de/quadratische-funktionen-funktionsgleichung-bestimmen)