Mithilfe der Integralrechnung kann man auch die Fläche zwischen 2 Graphen bestimmen.

Beispiel:
Gegeben sind die Funktionen f(x) = $-\frac{2}{9}x^2 + 8$ und g(x) = $-\frac{1}{6}x^2 + 7$.
Möchte man die Fläche berechnen, welche die beiden Graphen einschließen, so muss man zuerst die Schnittpunkte der beiden Graphen bestimmen. Dies geschieht durch Gleichsetzen und anschließenden Bestimmen der Lösungsmenge→ f(x) = g(x)

$-\frac{2}{9}x^2 + 8 = -\frac{1}{6}x^2 + 7 \mid +\frac{2}{6}x^2 \quad \mid -8$

$\Leftrightarrow \; -\frac{1}{18}x^2 = -1 \qquad \mid : (-\frac{1}{18})$

$\Leftrightarrow \; x^2 = 18 \qquad \mid \sqrt{\;}$

$\Leftrightarrow \; x_1 = 4{,}2426 \quad x_2 = -4{,}2426$

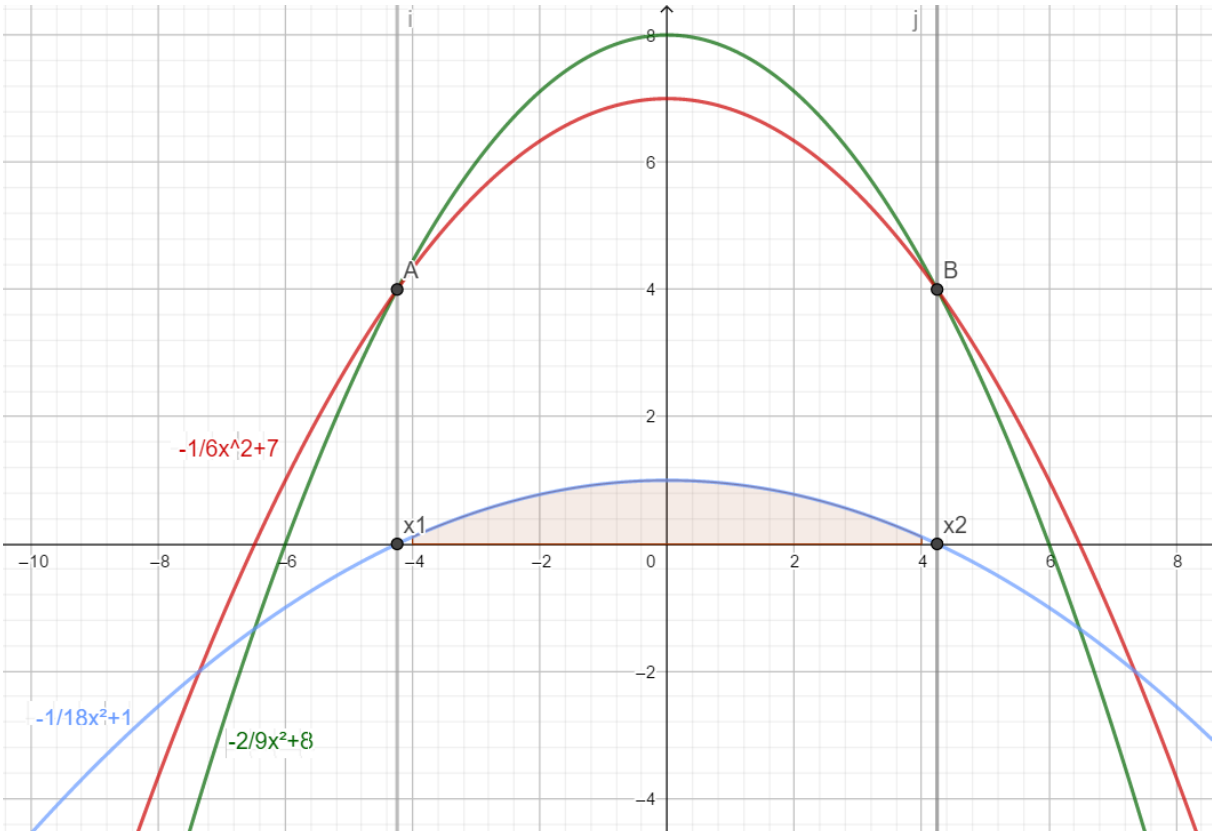
Die beiden gefundenen Werte sind nun die Integrationsgrenzen.
Die gesuchte Fläche zwischen den beiden Graphen ergibt sich aus der Differenz der Fläche zwischen dem Graphen der Funktion von f und der x-Achse und der Fläche zwischen dem Graphen der Funktion von g und der x-Achse.
Nach der Summenregel $\int\left(f(x) + g(x)\right)dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$ kann man die beiden Integrale mit den gleichen Grenzen unter ein Integral schreiben.
Aus $\int_{-4{,}2426}^{4{,}2426}\left(-\frac{2}{9}x^2 + 8\right)dx - \int_{-4.2426}^{4{,}2426}(-\frac{1}{6}x^2 + 7)\,dx$ wird
$\int_{-4{,}2426}^{4{,}2426}((-\frac{2}{9}x^2 + 8) - (-\frac{1}{6}x^2 + 7))$ dx
Fasst man die beiden Funktionsterme zu einer gemeinsamen Differenzfunktion zusammen, so kann man Rechenaufwand sparen. Dadurch wird durch Verrechnen aus
$\int_{-4{,}2426}^{4{,}2426}((-\frac{2}{9}x^2 + 8) - (-\frac{1}{6}x^2 + 7))$ dx nun $\int_{-4{,}2426}^{4{,}2426}\left(-\frac{1}{18}x^2 + 1\right)dx$
Auf dem Graphen sieht man, dass die Schnittpunkte der Graphen von f und g genau den Nullstellen der Differenzfunktion entsprechen. Ebenso entspricht die Fläche zwischen den beiden Graphen von f und g genau der Fläche, welche die Differenzfunktion mit der x-Achse einschließt.
Die gesuchte Fläche erhält man also indem man das Integral

$$\int_{-4{,}2426}^{4{,}2426}\left(-\frac{1}{18}x^2 + 1\right)dx \text{ berechnet.}$$

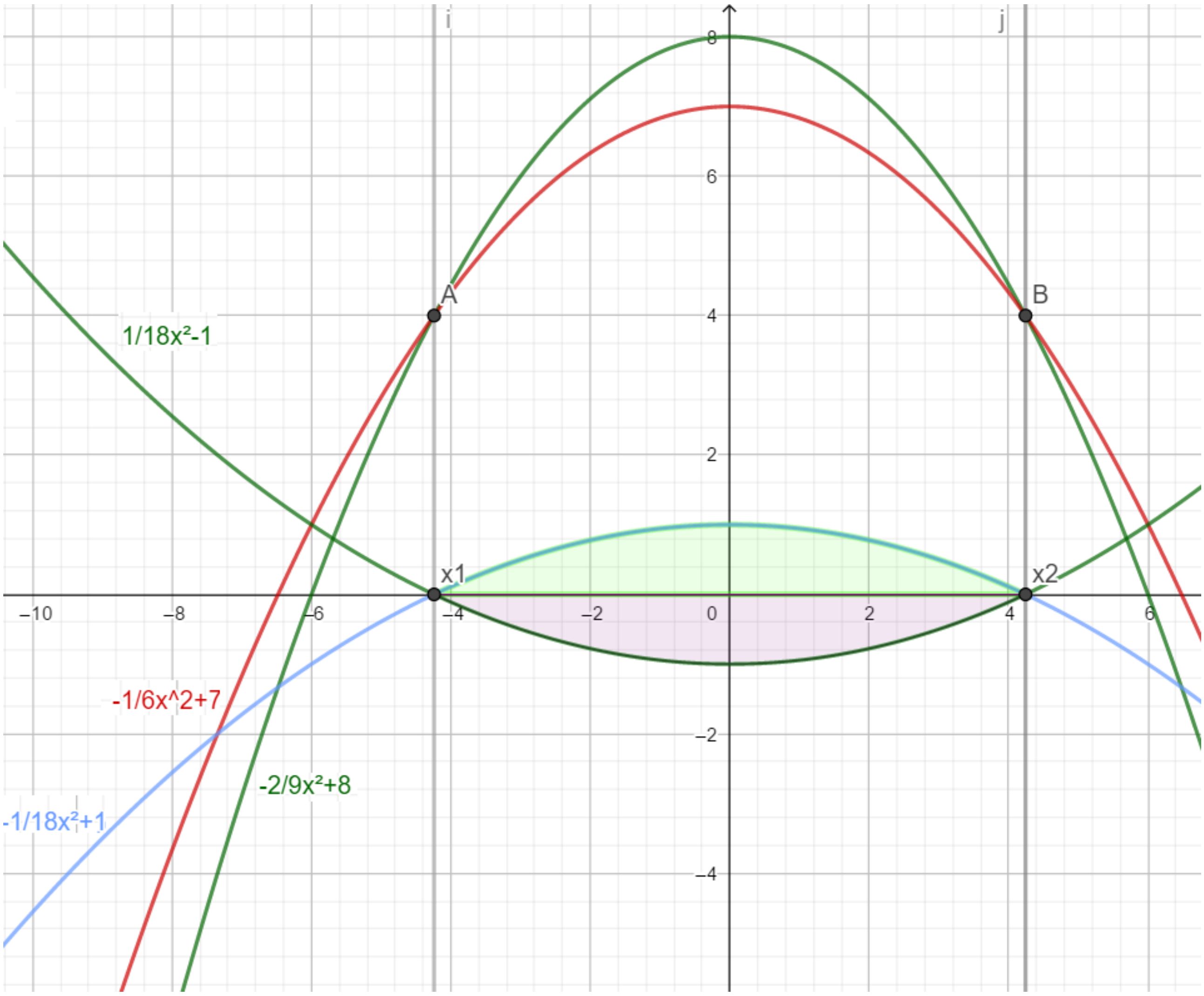
$$\int_{-4,2426}^{4,2426} \left(-\frac{1}{18}x^2 + 1\right) dx$$

$$= \left[-\frac{1}{54}x^3 + 1x\right]_{-4,2426}^{4,2426}$$

$$= \left(-\frac{1}{54}4,2426^3 + 1 \cdot 4,2426\right) - \left(-\frac{1}{54}(-4,2426)^3 + 1 \cdot (-4,2426)\right) = 5,66 \text{ FE}$$



Was wäre, wenn man als Differenzfunktion statt f(x) – g(x) „aus Versehen“ g(x) – f(x) bestimmt hätte? Das Resultat sieht man im folgenden Graphen. Die Fläche, welche die Differenzfunktion mit der x-Achse einschließt liegt nun unterhalb der x-Achse. Sie ist aber gleich groß wie die vorher bestimmte Fläche.

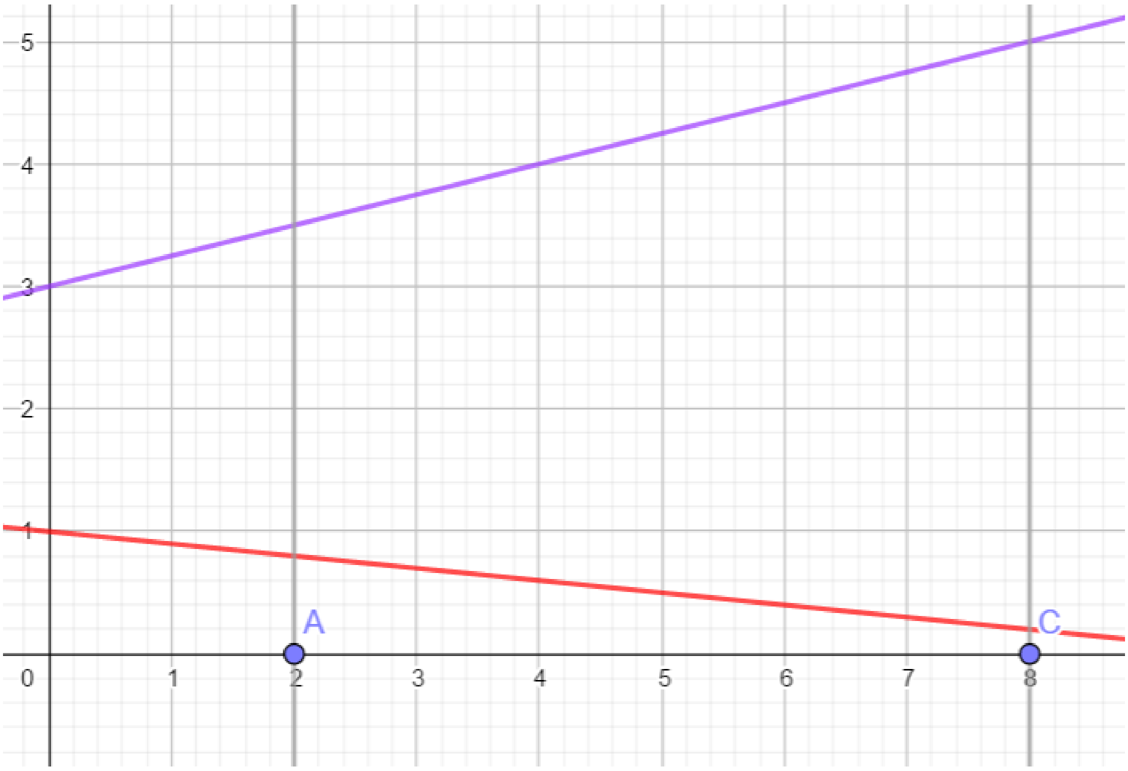


Man sieht, dass dieser mittels Integralrechnung berechnete Flächeninhalt ein negatives Vorzeichen hätte. Da es zu mühsam ist vor der Bestimmung der Differenzfunktion die Funktion zu bestimmen deren Graphen oberhalb liegt, bildet man vorsichtshalber den Betrag.

Mit der genannten Methode kann man aber auch z. B. eine der beiden Funktionsgleichungen bestimmen.

Beispiel:

Eine Fläche soll den Flächeninhalt von 21 FE haben. Diese Fläche befindet sich innerhalb eines Vierecks, das von den, zur x-Achse senkrechten Geraden durch $x = 2$ und $x = 8$ und zwei schrägen Geraden begrenzt wird. Eine Gerade wird durch $f(x) = 0{,}25x + 3$ beschrieben. Von der anderen weiß man, dass sie die y-Achse im Punkt $y = 1$ schneidet. Von der zweiten linearen Funktion $g(x) = mx + b$ ist, da $b = 1$ ist, nur noch der Parameter m zu bestimmen.



A = 21 FE = $\int_2^8 (0{,}25\text{x} + 3)\,\text{dx} - \int_2^8 (\text{mx} + 1)\,\text{dx}$

$= \int_2^8 \big((0{,}25x + 3) - (mx + 1)\big) = \int_2^8 (0{,}25x - mx + 2)dx$

$= \left[\frac{x^2}{8} - \frac{mx^2}{2} + 2\text{x}\right]_2^8 = \left(\frac{8^2}{8} - \frac{m \cdot 8^2}{2} + 2 \cdot 8\right) - \left(\frac{2^2}{8} - \frac{m \cdot 2^2}{2} + 2 \cdot 2\right)$

$= \left(\frac{64}{8} - \frac{\text{m} \cdot 64}{2} + 16\right) - \left(\frac{4}{8} - \frac{\text{m} \cdot 4}{2} + 4\right) = \left(\frac{64}{8} - \frac{\text{m} \cdot 256}{8} + \frac{128}{8}\right) - \left(\frac{4}{8} - \frac{\text{m} \cdot 16}{8} + \frac{32}{8}\right)$

$= \left(\frac{192 - 256\text{m}}{8}\right) - \left(\frac{36 - 16\text{m}}{8}\right) = (24 - 32m) - (4{,}5 - 2m) = 24 - 32m - 4{,}5 + 2m$

= 19,5 – 30m | umformen nach m | – 19,5

1,5 = – 30 m | : (– 30)

m = – 0,05

Die gesuchte Funktion lautet also g(x) = – 0,05x + 1