Die Gleichung $x^2 = -1$ hat keine reelle Lösung. Würde man nach x auflösen so würde sich ergeben $x = \sqrt{-1}$, was sich bekanntlich nicht berechnen lässt.

Die neue Zahl, welche die Gleichung $x^2 = -1$ lösbar macht, nennt man imaginäre Einheit und bezeichnet sie mit i. Für sie soll gelten: $i^2 = -1$und folglich $i = \sqrt{-1}$.

Wenn wir voraussetzen, dass für dieses i dieselben Rechengesetze gelten wie für die reellen Zahlen, dann folgt für die Gleichung $x^2 = -1$, mit $x = i = \sqrt{-1}$, dass $x^2 = i^2 = \left(\sqrt{-1}\right)^2 = -1$. Man sieht, dass $i = \sqrt{-1}$ eine Lösung der Gleichung $x^2 = -1$ ist.

Der Ausdruck $\sqrt{-1}$ heißt imaginäre Einheit und wird mit i bezeichnet.

Ausdrücke der Form z = a + bi nennt man komplexe Zahlen.

Ist z = a + bi, nennt man a den Realteil von z, a = Re{z} und b den Imaginärteil von z, b = Im{z}.

Real- und Imaginärteil sind beides reelle Zahlen.

Die Menge $\mathbb{C} = \{a + bi;\ a, b \in \mathbb{R}\}$ heißt Menge der komplexen Zahlen. In ihr kann man ebenfalls die vier Grundrechenarten durchführen.

Beim Rechnen mit komplexen Zahlen behandelt man die Zahl i wie eine Variable

Mithilfe der Wurzelgesetze erhält man z. B. für $\sqrt{-9} = \sqrt{9 \bullet (-1)} = \sqrt{9} \bullet \sqrt{-1} = 3i$

Allgemein gilt: $\sqrt{-a} = \sqrt{a \bullet (-1)} = \sqrt{a} \bullet \sqrt{-1} = \sqrt{a} \bullet i$