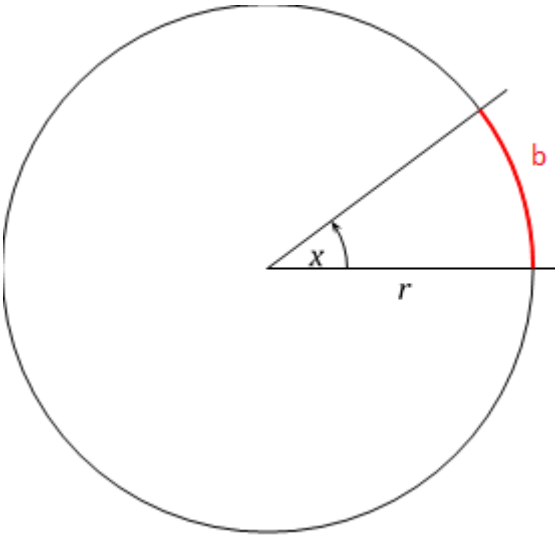
Die Winkelfunktionen lassen sich auch graphisch darstellen. Dabei ist es notwendig, die Winkel im Bogenmaß anzugeben. Was aber ist das Bogenmaß?

Als vor weit über 1000 Jahren das Gradmaß eingeführt wurde, gab es noch keine Dezimalzahlen. Daher hat man den Vollkreis willkürlich in 360 Abschnitte eingeteilt, weil die Zahl 360 durch sehr viele Zahlen teilbar ist. Das System hat sich bewährt, aber es bleibt ein willkürliches System.

Zeichnet man einen Winkel in einen Kreis ein, dann ist das Verhältnis zwischen Bogenlänge und Radius immer gleich, egal, welchen Radius der Kreis hat. Das kann man nun nutzen, um daraus eine Winkeldefinition zu erstellen.



Wenn ein Winkel im Bogenmaß gemessen wird, dann verwendet man üblicherweise kleine lateinische Buchstaben wie das *x* als Variablennamen. (Die griechischen Buchstaben verwendet man für Winkel im Gradmaß.) Die Bogenlänge bezeichne ich mit *b* und den Radius mit *r*. Damit kommt man dann für den Winkel *x* – gemessen im Bogenmaß – zu folgender Definition:

$$\boxed{x = \frac{b}{r}}$$

Bei Bedarf kann man natürlich Winkel vom Gradmaß ins Bogenmaß umrechnen – und umgekehrt. Das geht so:

Der Umfang eines Voll-Kreises beträgt bekanntlich: $U = 2 \cdot \pi \cdot r$

Berechnen wir damit den zugehörigen Vollwinkel *x* (im Gradmaß 360°):

$$x = \frac{U}{r} = \frac{2 \cdot \pi \cdot r}{r} = 2 \cdot \pi$$

Damit kennen wir die Bezugsgleichung für die Umrechnung: $360° = 2 \cdot \pi$

Beispielsweise mit Hilfe der Dreisatzrechnung kann nun jeder beliebige Winkel umgerechnet werden. Hier folgt eine Tabelle mit einigen wichtigen Winkeln. Dabei sollte man nicht auf dezimale Näherungen zurückgreifen. Besser (und genauer!) ist es, wenn man die Winkel als Vielfache von π darstellt.

Gradmaß:	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°	270°	360°
Bogenmaß:	0	$\frac{1}{6}\pi$	$\frac{1}{4}\pi$	$\frac{1}{3}\pi$	$\frac{1}{2}\pi$	$\frac{2}{3}\pi$	$\frac{3}{4}\pi$	$\frac{5}{6}\pi$	π	$\frac{3}{2}\pi$	2π

Man kann daraus auch eine Formel machen, die zur Umrechnung vom Gradmaß ins Bogenmaß (und umgekehrt) verwendet werden kann. In beiden umgestellten Varianten sieht die Formel dann so aus:

$$\boxed{x = \frac{\pi}{180^\circ} \cdot \alpha} \quad \text{und} \quad \boxed{\alpha = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot x}$$

Hierbei steht x für den Winkel im Bogenmaß und α für den Winkel im Gradmaß.

<u>Beachte:</u> An der Einheit kann man erkennen, ob ein Winkel im Gradmaß oder im Bogenmaß angegeben ist. Das Gradmaß hat die Einheit °, das Bogenmaß ist dimensionslos. Schreibe ich beispielsweise: $\alpha = 5$, dann messe ich den Winkel im Bogenmaß. Anderenfalls müsste ich schreiben: $\alpha = 5°$.