Übungen zum Mathematik-Grundwissentest zu Beginn der 10. Jahrgangsstufe

Zu Baustein 1 (Rechnen mit Wurzeln)

Vereinfache so weit wie möglich (alle Ergebnisse sind in teilweise radizierter Form anzugeben):

a) $\sqrt{49-36}+\sqrt{52}-\sqrt{13}=$ b) $\frac{2}{\sqrt{3}}+\sqrt{12}+\frac{\sqrt{3}}{3}=$

c) $\sqrt{12}+\sqrt{48}:\ \sqrt{12}-\sqrt{3}=$ d) $\sqrt{0{,}04}-\sqrt{40}+\sqrt{10}=$

e) $\sqrt{6}\cdot\sqrt{24}+\sqrt{24}:\sqrt{9-3}=$ f) $3\sqrt{10}-\sqrt{4\cdot 10}-\frac{\sqrt{20}}{\sqrt{2}}=$

+ Weitere Übungen mit Kontrollmöglichkeit (externe Links):

Teilweises Radizieren bei Produkten / Quotienten

Rationalmachen des Nenners

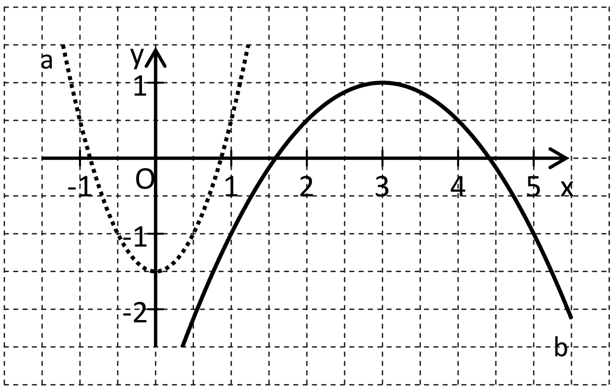
Multiplizieren und teilweise radizieren

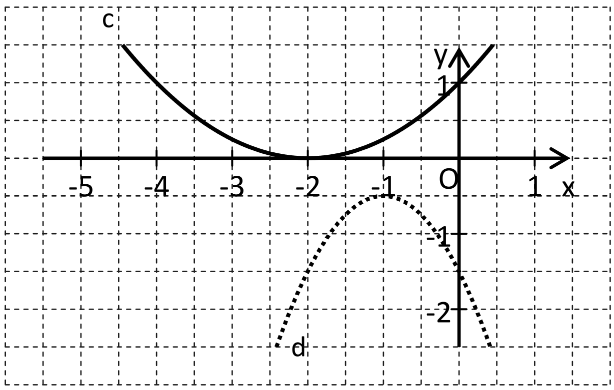
Zu Baustein 2 (Parabeln)

1. Beschreibe, wie die Parabel mit der folgenden Gleichung aus der Normalparabel hervorgeht:

a) $y = -0{,}5\cdot(x+5)^2$ b) $y = (x-6)^2 - 7$ c) $y = -(x-3)^2 + 1$ d) $y = 2x^2 + 3$

2. Gib eine Gleichung der abgebildeten Parabel an!





+ weitere Übungen mit Kontrollmöglichkeit (externer Link)

Zu Baustein 3 (Quadratische Gleichungen (1))

1. Bestimme die Lösungen, ohne die allgemeine Lösungsformel zu verwenden (Grundmenge $\mathbb{R}$)! Ein Rechenweg muss vorhanden sein.

a) $2x^2+3x=5+3x+x^2$ b) $\frac{1}{2}(x-3)^2=18$ c) $3+x^2=3\cdot(x^2+1)$

d) $-5=-(x-2)^2$ e) $3+3x^2=3\cdot(x^2+1)$ f) $4x^2+8x=0$

2. Bestimme die Lösungen! Ein Rechenweg muss vorhanden sein.

a) $2x^2-5+x=0$ b) $0{,}5x^2=4-x$ c) $9=6x-x^2$ d) $x(x+2)+2=0$

+ weitere Übungen mit Kontrollmöglichkeit (externer Link)

Zu Baustein 4 (Quadratische Gleichungen (2))

Bestimme, für

a) welchen Wert von m die Gleichung $mx^2 + 10x = 5$ genau eine Lösung hat!

b) welche Werte von q die Gleichung $x^2 + 8x + q = 0$ mindestens eine Lösung hat!

c) welche Werte von t die Gleichung $tx^2 = 3x + 9$ zwei Lösungen hat!

d) welche Werte von d die Gleichung $x^2 - dx = -1$ genau eine Lösung hat!

e) welche Werte von a die Gleichung $x^2 + 10x = a$ höchstens eine Lösung hat!

+ Erläuterung des Grundprinzips anhand ausführlicher Beispiele (externer Link)

+ Weitere Übungsaufgaben mit Lösungen (schulinterner mebis-Kurs)

Zu Baustein 5 (Wahrscheinlichkeitsrechnung/Pfadregeln)

Ein Laplace-Würfel wird 10mal geworfen.

a) Gib jeweils einen Term an, mit dem die Wahrscheinlichkeit der folgenden Ereignisse berechnet werden kann:

E: „Bei den ersten neun Würfen wird keine „6“ geworfen, beim zehnten Wurf eine „3“.“

F: „Es wird immer eine gerade Zahl geworfen.“

G: „Es wird mindestens einmal eine „5“ geworfen.“

H: „Es wird nicht immer eine „6“ geworfen.

b) Beschreibe jeweils ein Ereignis, dessen Wahrscheinlichkeit mit dem angegebenen Ansatz berechnet werden kann:

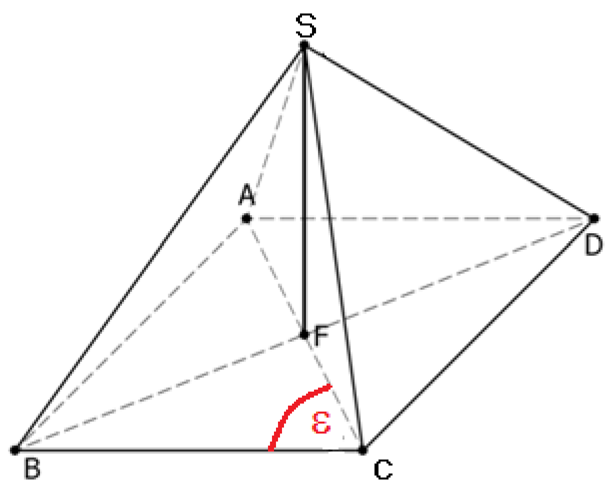
$P(A) = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{10}$ $\quad$ $P(B) = \left(\frac{1}{6}\right)^{8} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{2}$ $\quad$ $P(C) = \left(1 - \frac{1}{6}\right)^{10}$ $\quad$ $P(D) = \left(\frac{1}{2}\right)^{9} \cdot \frac{1}{6}$

+ Erläuterungen des Grundprinzips anhand ausführlicher Beispiele findest du im mebis-Kurs „Materialien zum GWT-10“

Zu Baustein 6 (Satz des Pythagoras und Trigonometrie)

In allen Aufgaben ist die Grundfläche der Pyramide ein Rechteck, die Spitze S liegt auf dem Lot zur Grundfläche durch den Schnittpunkt F der beiden Diagonalen des Rechtecks.

1. Bekannt sind die folgenden Kantenlängen: $\overline{AB} = m;\ \overline{BC} = n; \overline{AS} = k.$

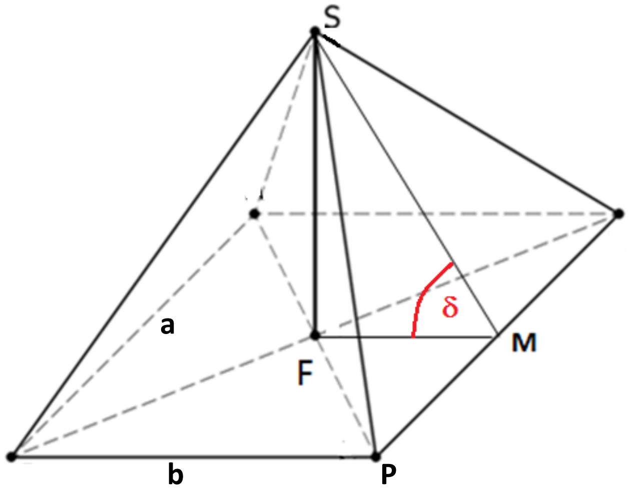


a) Ermittle einen Term, mit dem $\overline{FS} = h$ aus den bekannten Längen berechnet werden kann!

b) Gib einen vollständigen Rechenausdruck an, mit dem aus den bekannten Längen die Größe des eingezeichneten Winkels $\varepsilon = \sphericalangle FCB$ berechnet werden kann!

Fortsetzung zu Baustein 6 (Satz des Pythagoras und Trigonometrie)

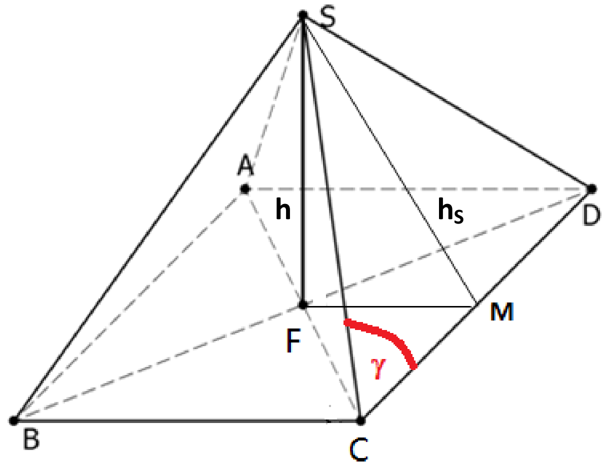
2. Bekannt sind die eingetragenen Seitenlängen a und b sowie der Winkel δ.



a) Gib einen Term an, mit dem die Höhe $h = \overline{FS}$ in Abhängigkeit von den bekannten Größen berechnet werden kann!

b) Zeige, dass für den Inhalt des Dreiecks ΔPMS gilt: $A_\Delta = \frac{a \cdot b}{8 \cdot \cos\delta}$

3. Bekannt sind die eingetragenen Höhen $h = \overline{FS}$ und $h_S = \overline{MS}$ sowie der Winkel γ.



a) Gib einen Term an, mit dem die Länge der Kante [AD] in Abhängigkeit von den bekannten Größen berechnet werden kann!

b) Ermittle den Inhalt des Dreiecks ΔCDS in Abhängigkeit von h_S und γ!

\+ *Einen dynamischen Hefteintrag mit zwei ausführlich gerechneten Beispielen findest du im mebis-Kurs „Materialien zum GWT-10“*

\+ *Übungsaufgaben mit Kontrollmöglichkeit (externer Link):*
Pythagoras im Raum (unter „Thema: Flächensätze“)

Zu Baustein 7 (Volumen von Pyramide/Kegel/Zylinder)

a) Die abgebildeten Bauklötze haben eine Kantenlänge von 6cm. Schätze das Volumen eines Bauklotzes! [Bildquelle: www.pixabay.com]

b) Das abgebildete Tipi ist in guter Näherung kegelförmig. Die kreisförmige Grundfläche hat einen Durchmesser von ungefähr 2m. Schätze damit das Volumen des Zeltinnenraums! [Bildquelle: www.pixabay.com]

c) Der Turm in der Mitte des Bildes („Salisbury Tower“) ist Teil von Windsor Castle in England. Die Fenster auf der Vorderseite haben eine ungefähre Höhe von jeweils 1 m. Schätze damit das Volumen des Turms! [Bildquelle: www.pixabay.com]

Lösungen zu den Übungen zum Grundwissentest am Anfang der 10. Jahrgangsstufe

Zu Baustein 1 (Rechnen mit Wurzeln)

a) $2\sqrt{13}$ b) $3\sqrt{3}$ c) $\sqrt{3}+2$ d) $0{,}2-\sqrt{10}$ e) 14 f) 0

Zu Baustein 2 (Parabeln)

1. a) Die Normalparabel wurde mit dem Faktor 0,5 in y-Richtung gestaucht, anschließend an der x-Achse gespiegelt und zuletzt um 5 Einheiten nach links verschoben.
   b) Die Normalparabel wurde um 6 Einheiten nach rechts und um 7 Einheiten nach unten verschoben.
   c) Die Normalparabel wurde an der x-Achse gespiegelt, anschließend um drei Einheiten nach rechts und zuletzt um eine Einheit nach oben verschoben.
   d) Die Normalparabel wurde mit dem Faktor 2 in y-Richtung gestreckt und anschließend um 3 Einheiten nach oben verschoben.
2. a) $y = 2\cdot x^2 - 1{,}5$ b) $y = -0{,}5\cdot(x-3)^2 + 1$ c) $y = 0{,}25\cdot(x+2)^2$ d) $y = -(x+1)^2 - 0{,}5$

Zu Baustein 3 (Quadratische Gleichungen (1))

1. a) $\pm\sqrt{5}$ b) $-3; 9$ c) 0 d) $2\pm\sqrt{5}$ e) $\mathbb{R}$ f) $-2; 0$

2. a) $\frac{-1\pm\sqrt{41}}{4}$ b) $2;\ -4$ c) 3 d) nicht lösbar

Zu Baustein 4 (Quadratische Gleichungen (2))

a) $m = -5$ b) $q \leq 16$ c) $t > -0{,}25$ d) $d_{1/2} = \pm 2$ e) $a \leq -25$

Zu Baustein 5 (Wahrscheinlichkeitsrechnung/Pfadregeln)

a) $P(E) = \left(\frac{5}{6}\right)^9 \cdot \frac{1}{6}$ $P(F) = \left(\frac{1}{2}\right)^{10}$ $P(G) = 1-\left(\frac{5}{6}\right)^{10}$ $P(H) = P(G) = 1-\left(\frac{1}{6}\right)^{10}$

b) mögliche Lösungen (es sind immer auch andere Antworten möglich!):

A: „Es wird nicht immer eine gerade Zahl geworfen."

B: „Bei den ersten 8 Würfen erscheint immer eine „1", bei den folgenden beiden Würfen keine „2"."

C: „Es wird keine „4" geworfen."

D: „Bei den ersten 9 Würfen erscheint eine ungerade Zahl, danach eine „5"."

Zu Baustein 6 (Satz des Pythagoras und Trigonometrie)

1. a) $h = \sqrt{k^2 - \frac{1}{4}(m^2+n^2)}$ b) $\varepsilon = \tan^{-1}\frac{m}{n}$
2. a) $h = \frac{b}{2}\cdot\tan\delta$ b) $\overline{MS} = \frac{b}{2\cos\delta}$; $\overline{PM} = \frac{a}{2}$; $A_\Delta = \frac{1}{2}\cdot\overline{MS}\cdot PM = \frac{1}{2}\cdot\frac{b}{2\cos\delta}\cdot\frac{a}{2} = \frac{a\cdot b}{8\cos\delta}$
3. a) $\overline{AD} = 2\sqrt{h^2 - h_S^2}$ b) $A_\Delta = \frac{h_S^2}{\tan\gamma}$

Zu Baustein 7 (Volumen von Pyramide/Kegel/Zylinder)

a) Die Höhe entspricht ungefähr der Kantenlänge → $V \approx \frac{1}{3}\cdot(6cm)^2\cdot 6cm = 72cm^3 (\approx 70cm^3)$

b) Höhe und Durchmesser sind ungefähr gleich → Radius r ≈ 1m → $V \approx \frac{1}{3}\cdot(1m)^2\cdot 3\cdot 2m = 2m^3$

c) Radius: ca. 3m; Höhe ca. 12m → $V \approx (3m)^2\cdot 3\cdot 12m = 324m^3 (\approx 300m^3)$