Nummer 28

Donnerstag, 28. April 2022 10:49

1) $f(x) = -1{,}5x^4 + 24x^3 - 108x^2 + 192x$

a) $f'(x) = -6x^3 + 72x^2 - 216x + 192$

$x = 8$ ist vorgegeben

$f'(8) = \ldots = 0 \longrightarrow$ 8 ist NS der 1. Ableitung

$f''(x) = -18x^2 + 144x - 216$

$f''(8) = -18 \cdot 8^2 + 144 \cdot 8 - 216 < 0 \rightarrow$ Max

$f(8) = \ldots = 768 \longrightarrow$ Höhenmeter gesamt $= 2 \cdot 768 = 1536$

Da man wieder ins Tal geht, sind es 1536 Höhenmeter.

b) $f(9) = \ldots = 634{,}5$ m

Sie befindet sich in 634,5 m Höhe.

c) $f''(x) = -18x^2 + 144x - 216 = 0 \quad | :(-18)$

$x^2 - 8x + 12 = 0 \qquad p = -8 \qquad q = 12$

$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$

$= -\frac{-8}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{8}{2}\right)^2 - 12} = 4 \pm \sqrt{4}$

$x_1 = 6 \qquad x_2 = 2$

$f'''(x) = -36x + 144$

$f'''(6) = -36 \cdot 6 + 144 < 0 \Rightarrow$ Max

$f'''(2) = -36 \cdot 2 + 144 > 0 \rightarrow$ Min

$f'(6) = -6 \cdot 6^3 + 72 \cdot 6^2 - 216 \cdot 6 + 192 = 192$

$f(6) = -1{,}5 \cdot 6^4 + 24 \cdot 6^3 - 108 \cdot 6^2 + 192 \cdot 6 = 504$

Die steilste Stelle befindet sich nach 6km waagrechter Richtung. Der Anstieg beträgt 192m. Bis dahin müssen 504 Hm geschafft werden.

d) Aus c) ist die geringste Steigung bei 2km in waagrechter Richtung.

$f'(2) = -6 \cdot 2^3 + 72 \cdot 2^2 - 216 \cdot 2 + 192 = 0$

$f(2) = 120$

Die Steigung beträgt in 2km 0m. Bis dahin wurden 120 Hm geschafft.

e) $f'(0) = 192$

$f'(x) = -6x^3 + 72x^2 - 216x + 192 = 192 - 192$

$= -6x^3 + 72x^2 - 216x = 0 \quad | \cdot x$

$= x \cdot (-6x^2 + 72x - 216) = 0$

$x_1 = 0$ ↓ $-6x^2 + 72x - 216 = 0 \quad | :(-6)$

$x^2 - 12x + 36 = 0 \qquad p = -12 \qquad q = 36$

$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$

$= -\frac{-12}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{12}{2}\right)^2 - 36} = 6$

Bei 6km steigt der Weg genauso steil an wie zu Beginn der Wanderung

2) Kugel: $d = 50$cm $\rightarrow r = 25$cm

$V_K = \frac{4}{3}\pi \cdot r^3$ aus $r = 25$cm $\rightarrow V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 25^3 = \frac{62.500}{3}\pi$

$V_Z = \frac{1}{3}\pi r^2 \cdot h \longrightarrow$ Max

Wenn man den Zylinder in die Mitte setzt, dann ist die Grundfläche am größten. Der Radius beträgt hier 25cm $\rightarrow d = 50$cm und die Höhe 25cm.

$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 25^2 \cdot 25 = \frac{15625}{3}\pi$

3) $f(x) = \frac{x^4 - 10x^2 + 9}{x^2}$

a) $\mathbb{D}$

$x^2 \neq 0 \rightarrow x = 0$

$\mathbb{D} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

b) $f(x) = f(-x)$

$f(-x) = \frac{(-x)^4 - 10 \cdot (-x)^2 + 9}{\in x^2} = \frac{x^4 - 10x^2 + 9}{x^2} = f(x)$

Achsensymmetrie

c) $S_x \rightarrow y = 0$

$x^4 - 10x^2 + 9 = 0$

$x_1 = 1$

$(x^4 - 10x^2 + 9) : (x - 1) = x^3 + x^2 - 9x - 9$

$-(x^4 - x^3)$

$-9x^2 + 9$

$-(-9x^2 + 9x)$

$-9x + 9$

$-(-9x + 9)$

0

$x_2 = -1$

$(x^3 + x^2 - 9x - 9) : (x + 1) = x^2 - 9$

$-(x^3 + x^2)$

$-9x - 9$

$-(-9x - 9)$

0

$x^2 - 9 = 0 \quad | + 9$

$x^2 = 9 \quad | \sqrt{\ }$

$x_{3/4} = \pm 3$

$S_{x_1}(1|0) \qquad S_{x_2}(-1|0) \qquad S_{x_3}(-3|0) \qquad S_{x_4}(3|0)$

$S_y \rightarrow x = 0$

$f(0) = \frac{0^4 - 10 \cdot 0^2 + 9}{0^2}$ ↯

Es gibt kein S_y

e) Extrema

$u = x^4 - 10x^2 + 9 \qquad u' = 4x^3 - 20x$

$v = x^2 \qquad v' = 2x$

$f'(x) = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$

$= \frac{(4x^3 - 20x) \cdot x^2 - (x^4 - 10x^2 + 9) \cdot 2x}{(x^2)^2}$

$= 4x^5 - 20x^3$