Nummer 29

Montag, 3. Mai 2021 10:24

1) $\int_a^0 \left(\frac{1}{2}x^2\right)dx = 34\frac{1}{3} \quad | \ F$

$\left[\frac{1}{6}x^3\right]_a^0 = 34\frac{1}{3}$

$\frac{1}{6}a^3 - \frac{1}{6}2^3 = 34\frac{1}{3} \quad | + \frac{8}{6}$

$\frac{1}{6}a^3 = \frac{103}{3} \quad | \cdot \frac{1}{6}$

$a^3 = 249 \quad | \sqrt[3]{}$

$a = 5,98$

b) $\int_0^a (x+a)(x+a)dx = 3$

$\int_0^a (x^2+2ax+a^2)dx = 3 \quad | \ F(x)$

$\left[\frac{x^3}{3}+\frac{2ax^2}{2}+a^2x\right]_0^a = 3$

$\frac{a^3}{3}+a^3+a^3 = 3$

$\frac{a^3}{3}+a^3+a^3 = 3 \quad | \cdot 3$

$\frac{a^3+3a^3+3a^3}{3} = 3$

$\frac{7}{3}a^3 = 3 \quad | \cdot \frac{7}{3}$

$a^3 = \frac{9}{7} \quad | \sqrt[3]{}$

$a = 1,08$

Probe: $\int_0^{1,08} (x+a)(x+a)dx$

$= \int_0^{1,08} (x^2+2ax+a^2)dx$

$= \left[\frac{x^3}{3}+\frac{2ax^2}{2}+a^2x\right]_0^{1,08} \quad |a=1,08$ siehe für x=1,0800

$= \frac{1,08^3}{3} + 1,08 \cdot 1,08^2 + 1,08^2 \cdot 1,08$

≈ 3

2) a) wahr, da bei $x=0$ die Graph (Lokal) seinen tiefsten Punkt hat

b) falsch, denn $f(-1) = -1$.

c) wahr, $x_2 = -0,67$ könnte zu einer Extrema liegen.

d) unentscheidbar, aus dem Graphen nicht ersichtlich

e) wahr, in diesem Intervall steigen die Funktionswerte von links nach rechts

f) unentscheidbar, $f(-2)$ ist negativ $f(2)$ ist positiv

3) $h(x): \ 0,05x^3+3 = 0,1x^2 = -0,05x^3+3$

$-0,05x^3+3=0 \ | -3$

$-0,05x^3 = -3 \ | :(-0,05)$

$x^3 = 60 \ | \sqrt[3]{}$

$x_{N1} = \pm 7,95$

$A = \int_{-7,95}^{7,95} (-0,05x^3+3)dx$

$= \left[-\frac{0,05x^4}{4}+3x\right]_{-7,95}^{7,95}$

$= 15,93 - (-15,93)$

$\approx 31 \ cm^2$

a) $V = 31 \cdot 40 = 1240 \ cm^3$

$m = 1240 \ cm^3 \cdot 0,7 \frac{g}{cm^3} = 868 g = 0,868 kg$

b) Die Fläche beträgt $31 \ cm^2$

c) Fläche für Farbe: $31 \cdot 1,12 = 39,92 cm^2$

4) $f(x) = \frac{x^3-10x^2+9}{x^2+4}$

a) $x^2+4=0 \ | -4$

$x^2 = -4 \ | \sqrt{} \ \not\in$

$D = \mathbb{R}$

b) $f(x) = f(x) \longrightarrow$ AS

$f(-x) = \frac{(-x)^3-10(-x)^2+9}{(-x)^2+4}$

$= \frac{-x^3-10x^2+9}{x^2+4} \neq f(x) \longrightarrow$ keine AS

$f(-x) = -f(x) \longrightarrow$ PS

$-f(x) = -f(x) = -\frac{x^3-10x^2+9}{x^2+4}$

$= \frac{-x^3+10x^2-9}{x^2+4} \neq f(-x) \longrightarrow$ keine PS

$\longrightarrow$ keine Symmetrie

c) $S_x \rightarrow y=0$

$x^3-10x^2+9=0$

$x_{N1}=1$

$(x^3-10x^2+9):(x-1) = x^2-9x-9$

$-x^3+x^2$

$-9x^2+9$

$-(-9x^2+9x)$

$-9x+9$

$-(-9x+9)$

0

$x^2-9x-9=0 \quad p=-9; \ q=-9$

$x_{N2/3} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}$

$= -\frac{-9}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{-9}{2}\right)^2-(-9)}$

$= 4,5 \pm 5,41$

$S_{x1}(1|0) \quad S_{x2}(-0,91|0) \quad S_{x3}(9,91|0)$

$S_y \rightarrow x=0$ $\quad x_2 = -0,91 \quad x_3 = 9,91$

$f(0) = ... = \frac{9}{4} \qquad S_y(0|\frac{9}{4})$

d) $u = x^3-10x^2+9 \qquad u' = 3x^2-20x$

$v = x^2+4 \qquad v' = 2x$

$f'(x) = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$

$= \frac{(3x^2-20x)(x^2+4)-[(x^3-10x^2+9)\cdot 2x]}{(x^2+4)^2}$

$= \frac{3x^4+12x^2-20x^3-80x-[2x^4-20x^3+18x]}{(x^2+4)^2}$

$= \frac{3x^4+12x^2-20x^3-80x-2x^4+20x^3-18x}{(x^2+4)^2}$

$= \frac{x^4+12x^2-98x}{(x^2+4)^2}$

$x^4+12x^2-98x=0 \quad |x \cup$

$x: (x^3+12x-98)=0$

$x_{N4}=0 \qquad x^3+12x-98=0$

mit Hilfe eines Rpp $\rightarrow x_4 = 3,75$

$u = x^4+12x^2-98x \qquad u' = 4x^3+24x-98$

$v = (x^2+4)^2 \qquad v' = 2 \cdot (x^2+4) \cdot 2x = 4x \cdot (x^2+4)$

$i = x^2+4 \qquad i' = 2x$

$a = i^2 \qquad a' = 2i$

$f'(x) = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$

$= \frac{(4x^3+24x-98)\cdot(x^2+4)^2 - [(x^4+12x^2-98x)\cdot 4x\cdot(x^2+4)]}{((x^2+4)^2)^2}$

$= \frac{4x^5+16x^3+24x^3+96x-98x^2-392-[4x^5+48x^3-392x^2]}{(x^2+4)^3}$

$= \frac{4x^5+40x^3+96x-98x^2-392-4x^5-48x^3+392x^2}{(x^2+4)^3}$

$= \frac{-8x^3+96x+294x^2-392}{(x^2+4)^3}$

$f''(0) = \frac{-392}{64} < 0 \longrightarrow$ HP

$f''(3,75) > 0 \longrightarrow$ TP

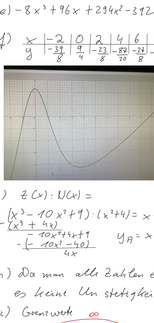
$f(0) = ... = 2,25 \qquad HP(0|2,25)$

$f(3,75) = ... = -4,37 \qquad TP(3,75|-4,37)$

e) $-8x^3+96x+294x^2-392=0$

f)

x	-2	0	2	4	6	8	10
u	$-\frac{33}{8}$	$\frac{9}{4}$	$-\frac{23}{8}$	$-\frac{81}{10}$	$-\frac{21}{8}$	$-\frac{7}{4}$	$\frac{9}{104}$



g) $Z(x): U(x) =$

$(x^3-10x^2+9):(x^2+4) = x-10+R$

$-(x^3+4x)$

$-10x^2+4x+9$

$-(-10x^2-40)$

$4x+49$

$y_g = x-10$

h) Da man alle Zahlen einsetzen gibt es keine Unstetigkeitsstellen.

i) Grenzwert

$\lim_{x\to\infty} \frac{x^3-10x^2+9}{x^2+4} \overset{L'Hospital}{\underset{\infty}{\infty}} \frac{3x^2-20x}{2x} \overset{L'Hop.}{\underset{\infty}{\infty}} \frac{6x-20}{2} = \infty$

$\lim_{x\to-\infty} \frac{x^3-10x^2+9}{x^2+4} \overset{L'Hop.}{\underset{\infty}{\infty}} \frac{3x^2-20x}{2x} \overset{L'Hop.}{\underset{\infty}{\infty}} \frac{6x-20}{2} = -\infty$